CLASS: 12th (Sr. Secondary) Code No. 4931

Series: SS-M/2020

Roll No. SET: D

गणित

GRAPH

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

ACADEMIC/OPEN

(Only for Fresh/Re-appear Candidates)

Time allowed: 3 hours] [Maximum Marks: 80

• कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 16 तथा प्रश्न 20 हैं।

Please make sure that the printed pages in this question paper are **16** in number and it contains **20** questions.

• प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिये गये **कोड नम्बर** तथा **सेट** को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख्य-पृष्ठ पर लिखें।

The **Code No.** and **Set** on the right side of the question paper should be written by the candidate on the front page of the answer-book.

 कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

Before beginning to answer a question, its Serial Number must be written.

• उत्तर-पुस्तिका के बीच में खाली पन्ना/पन्ने न छोड़ें।
Don't leave blank page/pages in your answer-book.

- उत्तर-पुस्तिका के अतिरिक्त कोई अन्य शीट नहीं मिलेगी। अतः आवश्यकतानुसार ही लिखें और लिखा उत्तर न काटें। Except answer-book, no extra sheet will be given. Write to the point and do not strike the written answer.
- परीक्षार्थी अपना रोल नं० प्रश्न-पत्र पर अवश्य लिखें।
 Candidates must write their Roll Number on the question paper.
- कृपया प्रश्नों का उत्तर देने से पूर्व यह सुनिश्चित कर लें कि प्रश्न-पत्र पूर्ण व सही है, परीक्षा के उपरान्त इस सम्बन्ध में कोई भी दावा स्वीकार नहीं किया जायेगा।

Before answering the question, ensure that you have been supplied the correct and complete question paper, no claim in this regard, will be entertained after examination.

सामान्य निर्देश :

(i) इस प्रश्न-पत्र में 20 प्रश्न हैं, जो कि **चार** खण्डों : **अ, ब,** स और द में बाँटे गए हैं :

खण्ड 'अ': इस खण्ड में एक प्रश्न है जो 16 (i-xvi) भागों में है, जिनमें 6 भाग बहुविकल्पीय हैं। प्रत्येक भाग 1 अंक का है।

खण्ड 'ब': इस खण्ड में 2 से 11 तक कुल दस प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

खण्ड 'स': इस खण्ड में 12 से 16 तक कुल **पाँच** प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

खण्ड 'द': इस खण्ड में 17 से 20 तक कुल चार प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

- (ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (iii) **खण्ड 'द'** के **कुछ** प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं, उनमें से **एक** ही प्रश्न को चूनना है।

- (iv) दिये गये ग्राफ-पेपर को अपनी उत्तर-पुस्तिका के साथ **अवश्य** नत्थी करें।
- (v) ग्राफ-पेपर पर अपनी उत्तर-पुस्तिका का क्रमांक **अवश्य** लिखें।
- (vi) कैल्क्युलेटर के प्रयोग की अनुमित **नहीं** है।

General Instructions:

- (i) This question paper consists of 20 questions which are divided into four Sections: A, B, C and D:
 - **Section 'A':** This Section consists of **one** question which is divided into **16** (i-xvi) parts of which 6 parts of multiple choice type. Each part carries 1 mark.
 - **Section 'B':** This Section consists of **ten** questions from **2** to **11**. Each question carries 2 marks.
 - **Section 'C':** This Section consists of **five** questions from **12** to **16**. Each question carries 4 marks.
 - **Section 'D':** This Section consists of **four** questions from **17** to **20**. Each question carries 6 marks.
- (ii) All questions are compulsory.
- (iii) **Section** '**D**' contains **some** questions where internal choice have been provided. Choose **one** of them.
- (iv) You **must** attach the given graph-paper along with your answer-book.
- (v) You **must** write your Answer-book Serial No. on the graph-paper.
- (vi) Use of Calculator is **not** permitted.

खण्ड - अ

SECTION - A

- **1.** (i) मान लीजिए $f: R \to R$, f(x) = 3x द्वारा परिभाषित है, तो सही उत्तर का चयन कीजिए :
 - (A) f एकैकी, आच्छादक है
 - (B) f बहुएकी, आच्छादक है
 - (C) f एकैकी है, आच्छादक नहीं है
 - (D) f न एकैकी है, न आच्छादक

Let $f: R \to R$ be defined as f(x) = 3x choose the correct answer:

- (A) f is one-one, onto
- (B) f is many one, onto
- (C) f is one-one, into
- (D) f is many one, into
- (ii) $tan^{-1}x$ का मुख्य मान है :
 - (A) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (B) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$
 - (C) $[0, \pi]$ (D) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

The principal value of $tan^{-1} x$ is:

- (A) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (B) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$
- (C) $[0, \pi]$ (D) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

(iii)
$$\overline{A}$$
 \overline{A} \overline

(A)
$$\begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 1 & -12 \end{bmatrix}$$
 (B) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -7 & -1 \\ 2 & -8 \end{bmatrix}$

(C)
$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -7 & -3 \\ 1 & -12 \end{bmatrix}$$
 (D) इनमें से कोई नहीं

If
$$2X + 3Y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$
 and $Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, then *X* is equal to:

(A)
$$\begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 1 & -12 \end{bmatrix}$$
 (B) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -7 & -1 \\ 2 & -8 \end{bmatrix}$

(C)
$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -7 & -3\\ 1 & -12 \end{bmatrix}$$
 (D) None of these

(iv)
$$\overline{a}$$
 $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$, \overline{a} \overline{a} \overline{a} \overline{b} $\overline{b$

- (A) 2
- (B) 4
- (C) $\pm 2\sqrt{2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

If
$$\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$
, then the value of x is:

- (A) 2
- (B) 4
- (C) $\pm 2\sqrt{2}$ (D) None of these

4931/(Set : D)

P. T. O.

- (v) $e^{\sin \sqrt{x}}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। Differentiate $e^{\sin\sqrt{x}}$ with respect to x.
- (vi) फलन $f(x) = \cos x \sin x$ का स्थानीय उच्चतम है जहाँ x का मान है : 1
 - (A)
- (B) $\frac{3\pi}{4}$
- (C)
- (D) $\frac{7\pi}{4}$

 $f(x) = \cos x - \sin x$ has a local maxima at x is equal to:

- (A)
- (C) $\frac{5\pi}{4}$
- (D) $\frac{7\pi}{4}$
- (vii) फलन $f(x) = \log(\cos x)$ जहाँ निरंतर वर्धमान है, वह अंतराल है :
 - (A) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ (B) $(0, \pi)$
 - (C) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ (D) इनमें से कोई नहीं

 $f(x) = \log(\cos x)$ is strictly increasing in the interval:

- (A) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ (B) $\left(0, \pi\right)$
- (C) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ (D) None of these

(viii)
$$\int \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}} dx$$
 का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate
$$\int \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}} dx$$
.

(ix)
$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^5 x \, dx$$
 का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^5 x \, dx.$

(x) अवकल समीकरण
$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + 3y\frac{d^2y}{dx^2} = 0$$
 की घात और कोटि ज्ञात कीजिए।

Find the degree and order of the differential equation $\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + 3y\frac{d^2y}{dx^2} = 0$.

(xi) अवकल समीकरण
$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$$
 को हल कीजिए।

Solve the differential equation:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$$

(xii) एक थैले में 10 सफेद और 15 काली गेंदें हैं। दो गेंद बिना प्रतिस्थापित किये एक-एक कर निकाली जाती है। 1 सफेद और 1 काली गेंद निकलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

A bag contains 10 white and 15 black balls. Two balls are drawn one by one without replacement. Find the probability of one white and one black ball.

(xiii) यदि
$$P(A) = \frac{5}{26}$$
, $P(B) = \frac{5}{13}$, A और B स्वतंत्र घटनाएँ $\mathring{\xi}$, तो $P(A/B)$ ज्ञात कीजिए।

If $P(A) = \frac{5}{26}$, $P(B) = \frac{5}{13}$, A and B are independent, find P(A/B).

(xiv) दो न्याय्य सिक्कों को फेंकने पर चित (Head) आने की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

Find the probability distribution of number of heads in two tosses of a coin.

(xv) यदि सदिश \vec{a} और \vec{b} इस प्रकार हैं कि $\vec{a} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$, तो $\vec{a} + \vec{b}$ के समांतर इकाई सदिश ज्ञात कीजिए।

If \vec{a} and \vec{b} are two vectors such that $\vec{a} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$. Find the unit vector parallel to $\vec{a} + \vec{b}$.

(xvi) बिन्दु (1, 2, 3) से गुजरने वाली और सिंदश $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ के समांतर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the line passing through the point (1, 2, 3) and parallel to the vector $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$.

खण्ड – ब SECTION – B

If $f(x) = x^2 + 4$ and $f: R^+ \to [4, \infty)$, find $f^{-1}(x)$.

3. यदि |x| < a, तो सिद्ध कीजिए $\tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a}$ 2

Prove that $\tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a}, |x| < a.$

2

4. यदि
$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$
 और $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$, तो (AB) ' का मान

ज्ञात कीजिए।

If
$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$
 and $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$, then find $(AB)'$.

5. सिद्ध कीजिए
$$\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$
 2

Prove that $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a).$

6. यदि
$$f(x) = \lambda(x^2 - 2x), x \le 1$$

= $4x + 1, x > 1$

 λ के किस मान के लिये f(x) एक सतत फलन है।

If
$$f(x) = \lambda(x^2 - 2x), x \le 1$$

= $4x + 1, x > 1$

for what value of λ the function f(x) is continuous.

7. यदि
$$x = a(\cos t + t \sin t)$$
 और $y = a(\sin t - t \cos t)$, तो $\frac{dy}{dx}$ का $t = \frac{\pi}{3}$ पर मान ज्ञात कीजिए।

If $x = a(\cos t + t \sin t)$ and $y = a(\sin t - t \cos t)$, then find $\frac{dy}{dx}$ at $t = \frac{\pi}{3}$.

- 8. $\int e^x (\sec x + \sec x \tan x) dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
 Evaluate $\int e^x (\sec x + \sec x \tan x) dx$.
- **9.** $\int_0^5 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{5 x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_0^5 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{5 - x}} dx.$

10. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2x}{1+x^2}\right)y = \frac{\cot x}{1+x^2}$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation:

$$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2x}{1+x^2}\right)y = \frac{\cot x}{1+x^2}$$

11. यदि किसी ढेर में 5% खराब चीजे हैं। 6 वस्तुओं के न्यादर्श (sample) में 3 खराब चीजों के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

There are 5% defective items in a bulk of items. Find the probability that in a sample of 6 items 3 are defective.

खण्ड – स

SECTION - C

12. समीकरण $2 \tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2 \csc x)$ को हल कीजिए, $x \neq 0$ ।

Solve the equation $2 \tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2 \csc x)$ $x \neq 0$.

- 13. $(x)^{x\cos x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 4

 Differentiate $(x)^{x\cos x}$ with respect to x.
- 14. वक्र $y = x^2 2x + 7$ की उस स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो 2x y + 9 = 0 के समांतर है। 4

 Find the equation of tangent to the curve $y = x^2 2x + 7$, which is parallel to the line 2x y + 9 = 0.
- 15. $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि शीर्षों के स्थिति सिंदेश (position vectors) क्रमशः $A(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}), B(\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k})$ और $C(3\hat{i}-4\hat{j}-4\hat{k})$ है। 4

 Find the area of the triangle $\triangle ABC$ whose vertices have the position vectors as $A(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}),$

 $B(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$ and $C(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$.

6

16. एक थैले में 4 लाल और 4 काली गेंदें हैं। दूसरे थैले में 2 लाल और 6 काली गेंदें हैं। यदि यादृच्छया एक थैला चुनकर उसमें से एक गेंद निकाली जाये और वह लाल हो, तो उस गेंद के पहले थैले से होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A bag contains 4 red and 4 black balls, and another contains 2 red and 6 black balls. One of the two bags is selected at random and a ball is drawn from it. The ball is found to be red. Find the probability that ball is drawn from first bag.

खण्ड – द SECTION – D

17. निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए:

$$x - y + 2z = 7$$
,
 $3x + 4y - 5z = -5$,
 $2x - y + 3z = 12$.

Solve the following system of linear equations:

$$x - y + 2z = 7$$
,
 $3x + 4y - 5z = -5$,
 $2x - y + 3z = 12$.

18. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ और रेखा $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ से घिरे लघु क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of smaller part of the ellipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ and the line $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$.

अथवा

OR

परवलय $x^2 = y$ और रेखा y = x + 2 से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area bounded by the parabola $x^2 = y$ and line y = x + 2.

19. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ और $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ के प्रतिच्छेद वाली रेखा से गुजरता है और बिन्दु (1, 1, 1) से भी गुजरता है।6 Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ and $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ and the point (1, 1, 1).

(15) **4931/(Set : D)**

अथवा

OR

रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ $+ \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच की निम्नतम दूरी (S.D.) ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$.

20. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफिक विधि से हल कीजिए:6

उच्चतमीकरण कीजिए Z = 4x + y

अवरोधों के अन्तर्गत $x + y \le 50$,

 $3x + y \le 90,$

 $x \ge 0, \ y \ge 0$

(16) **4931/(Set : D)**

Solve the following linear programming problem graphically:

Maximize Z = 4x + y

Subject to constraints

$$x + y \le 50$$
,

$$3x + y \le 90,$$

$$x \ge 0, y \ge 0$$