CLASS : 12th (Sr. Secondary) **Code No. 2031**

Series : SS-M/2017

Roll No. | | | | | | | | | | |

SET : D

गणित GRAPH

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

ACADEMIC/OPEN

(Only for Fresh Candidates)

(Evening Session)

*Time allowed : **3** hours]* *[Maximum Marks : **80***

- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित प्रश्न **20** हैं।*
  *Please make sure that the printed question paper are contains **20** questions.*
- *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिये गये **कोड नम्बर** तथा **सेट** को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख्य-पृष्ठ पर लिखें।*
  *The **Code No.** and **Set** on the right side of the question paper should be written by the candidate on the front page of the answer-book.*
- *कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।*
  Before beginning to answer a question, its Serial Number must be written.
- *उत्तर-पुस्तिका के बीच में खाली पन्ना/पन्ने न छोड़ें।*
  Don't leave blank page/pages in your answer-book.
- *उत्तर-पुस्तिका के अतिरिक्त कोई अन्य शीट नहीं मिलेगी। अतः आवश्यकतानुसार ही लिखें और लिखा उत्तर न काटें।*
  Except answer-book, no extra sheet will be given. Write to the point and do not strike the written answer.
- *परीक्षार्थी अपना रोल नं० प्रश्न-पत्र पर अवश्य लिखें।*
  Candidates must write their Roll Number on the question paper.
- *कृपया प्रश्नों का उत्तर देने से पूर्व यह सुनिश्चित कर लें कि प्रश्न-पत्र पूर्ण व सही है, **परीक्षा के उपरान्त इस सम्बन्ध में कोई भी दावा स्वीकार नहीं किया जायेगा।***

Before answering the question, ensure that you have been supplied the correct and complete question paper, ***no claim in this regard, will be entertained after examination.***

सामान्य निर्देश :

(i) इस प्रश्न-पत्र में **20** *प्रश्न हैं, जो कि* ***चार*** *खण्डों :* ***अ, ब, स*** *और* ***द*** *में बाँटे गए हैं :*

खण्ड 'अ' : *इस खण्ड में* ***एक*** *प्रश्न है जो बहुविकल्पीय प्रकार के* **16** *(i-xvi) भागों में है। प्रत्येक भाग 1 अंक का है।*

खण्ड 'ब' : *इस खण्ड में* **2** *से* **11** *तक कुल* ***दस*** *प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।*

खण्ड 'स' : *इस खण्ड में* **12** *से* **16** *तक कुल* ***पाँच*** *प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।*

खण्ड 'द' : *इस खण्ड में* **17** *से* **20** *तक कुल* ***चार*** *प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।*

(ii) ***सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।***

(iii) ***खण्ड 'द'*** *के* ***कुछ*** *प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं, उनमें से* ***एक*** *ही प्रश्न को चुनना है।*

(iv) दिये गये ग्राफ-पेपर को अपनी उत्तर-पुस्तिका के साथ अवश्य नत्थी करें।

(v) ग्राफ-पेपर पर अपनी उत्तर-पुस्तिका का क्रमांक ***अवश्य*** *लिखें।*

(vi) कैल्क्युलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

General Instructions :

(i) This question paper consists of **20** *questions which are divided into* ***four*** *Sections :* ***A, B, C*** *and* ***D*** *:*

Section 'A' : *This Section consists of* ***one*** *question which is divided into* **16** *(i-xvi) parts of multiple choice type. Each part carry 1 mark.*

Section 'B' : *This Section consists of* ***ten*** *questions from* **2** *to* **11**. *Each question carries 2 marks.*

Section 'C' : *This Section consists of* ***five*** *questions from* **12** *to* **16**. *Each question carries 4 marks.*

Section 'D' : *This Section consists of* ***four*** *questions from* **17** *to* **20**. *Each question carries 6 marks.*

(ii) ***All questions are compulsory.***

(iii) ***Section 'D'*** *contains* ***some*** *questions where internal choice have been provided. Choose* ***one*** *of them.*

(iv) You must attach the given graph-paper along with your answer-book.

*(v) You **must** write your Answer-book Serial No. on the graph-paper.*

(vi) Use of Calculator is not permitted.

खण्ड – अ

SECTION – A

1. (i) माना $f : R \to R$, $f(x) = 3 - 4x$ द्वारा परिभाषित है, तो f है : 1

(A) एकैकी और आच्छादक

(B) बहुएक और आच्छादक

(C) न तो एकैकी और न ही आच्छादक

(D) एकैकी है, किन्तु आच्छादक नहीं है

Let $f : R \to R$ be defined as $f(x) = 3 - 4x$, then f is :

(A) one-one and onto

(B) many-one and onto

(C) neither one-one nor onto

(D) one-one but not onto

(ii) $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान है : 1

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) π

The principal value of $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ is :

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) π

(iii) यदि $2\begin{bmatrix}1 & 3\\ 0 & x\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}y & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 6\\ 1 & 8\end{bmatrix}$ हो, तो x और y के मान हैं : 1

(A) $x=2, y=3$ (B) $x=3, y=3$

(C) $x=4, y=2$ (D) इनमें से कोई नहीं

If $2\begin{bmatrix}1 & 3\\ 0 & x\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}y & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 6\\ 1 & 8\end{bmatrix}$, then the values of x and y are :

(A) $x=2, y=3$ (B) $x=3, y=3$

(C) $x=4, y=2$ (D) None of these

(iv) यदि A एक 3×3 कोटि का आव्यूह हो, तो $|kA|$ का मान है : 1

(A) $3k|A|$ (B) $k|A|$ (C) $k^2|A|$ (D) $k^3|A|$

Let A be a square matrix of order 3. Then $|kA|$ is equal to :

(A) $3k|A|$ (B) $k|A|$ (C) $k^2|A|$ (D) $k^3|A|$

(v) यदि फलन $f(x)$ $f(x)=\begin{cases}kx+1, & \text{यदि} \quad x\le \pi\\ \sin x, & \text{यदि} \quad x>\pi\end{cases}$ द्वारा परिभाषित $x=\pi$ पर संतत हो, तो k का मान है : 1

(A) $-\frac{2}{\pi}$ (B) $-\frac{1}{\pi}$ (C) 0 (D) -1

If the function $f(x)$ defined by $f(x)=\begin{cases}kx+1, & \text{if} \quad x\le \pi\\ \sin x, & \text{if} \quad x>\pi\end{cases}$ is continuous at $x=\pi$, then the value of k is :

(A) $-\frac{2}{\pi}$ (B) $-\frac{1}{\pi}$ (C) 0 (D) -1

(vi) वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष $r=3$ सेमी पर है : 1

(A) 6π सेमी^{2}/से० (B) 10 सेमी^{2}/से०

(C) 8π सेमी^{2}/से० (D) 4π सेमी^{2}/से०

The rate of change of the area of a circle w.r.t. its radius r, when r = 3 cm, is :

(A) 6π cm^2/sec. (B) 10 cm^2/sec.

(C) 8π cm^2/sec. (D) 4π cm^2/sec.

(vii) वक्र $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$ पर वह बिन्दु जिस पर स्पर्श रेखा x-अक्ष के समान्तर हो, है : 1

(A) $(\pm 5, 0)$ (B) $(\pm 4, 0)$

(C) $(0, \pm 2)$ (D) $(0, \pm 5)$

The point on the curve $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$ at which the tangent is parallel to x-axis, is :

(A) $(\pm 5, 0)$ (B) $(\pm 4, 0)$

(C) $(0, \pm 2)$ (D) $(0, \pm 5)$

(viii) $\int \frac{xdx}{\sqrt{a^4-x^4}}$ का मान है : 1

(A) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x^4}{a^4}\right)+c$ (B) $\sin^{-1}(\sqrt{a^2-x^2})+c$

(C) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{a^2}{x^2}\right)+c$ (D) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x^2}{a^2}\right)+c$

The value of $\int \frac{xdx}{\sqrt{a^4-x^4}}$ is :

(A) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x^4}{a^4}\right)+c$ (B) $\sin^{-1}(\sqrt{a^2-x^2})+c$

(C) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{a^2}{x^2}\right)+c$ (D) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x^2}{a^2}\right)+c$

(ix) $\int_0^1 x e^x dx$ का मान है : 1

(A) 1 (B) 0 (C) e (D) $\frac{1}{e}$

The value of $\int_0^1 x e^x \, dx$ is :

(A) 1 (B) 0 (C) e (D) $\frac{1}{e}$

(x) वक्रों $x^2 + y^2 = 2cx$ के कुल के लिए अवकल समीकरण है : 1

(A) $2xy\frac{dy}{dx} - y^2 = 0$

(B) $2xy\frac{dy}{dx} + x^2 - y^2 = 0$

(C) $2xy\frac{dy}{dx} + \frac{y^2}{2} = 0$

(D) $\frac{dy}{dx} + x^2 - y^2 = 0$

The differential equation for the family of curves $x^2 + y^2 = 2cx$ is :

(A) $2xy\frac{dy}{dx} - y^2 = 0$

(B) $2xy\frac{dy}{dx} + x^2 - y^2 = 0$

(C) $2xy\frac{dy}{dx} + \frac{y^2}{2} = 0$

(D) $\frac{dy}{dx} + x^2 - y^2 = 0$

(xi) यदि $(1 + x^2)\frac{dy}{dx} = -(1 + y^2)$ हो, तो इसका हल है : 1

(A) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = c$

(B) $\tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) = c$

(C) $\log\left|\frac{1 + x^2}{1 + y^2}\right| = c$

(D) $\tan^{-1}\left(\frac{1+x^2}{1+y^2}\right) = c$

If $(1+x^2)\frac{dy}{dx} = -(1+y^2)$ then its solution is :

(A) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = c$

(B) $\tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) = c$

(C) $\log\left|\frac{1+x^2}{1+y^2}\right| = c$

(D) $\tan^{-1}\left(\frac{1+x^2}{1+y^2}\right) = c$

(xii) सदिश $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ का सदिश $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$ पर प्रक्षेप है : 1

(A) $\frac{19}{2}$ (B) $\frac{5}{9}$

(C) $\frac{19}{9}$ (D) 0

The projection of vector $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ on $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$ is :

(A) $\frac{19}{2}$ (B) $\frac{5}{9}$

(C) $\frac{19}{9}$ (D) 0

(xiii) यदि रेखाएँ $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$ तथा $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-5}$ एक दूसरे पर लम्बित हो, तो k का मान है : 1

(A) $-\frac{1}{7}$ (B) $-\frac{1}{10}$

(C) $\frac{7}{10}$ (D) $-\frac{10}{7}$

If the lines $\frac{x-1}{-3}=\frac{y-2}{2k}=\frac{z-3}{2}$ and $\frac{x-1}{3k}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-6}{-5}$ are perpendicular to each other, then the value of k is :

(A) $-\frac{1}{7}$ (B) $-\frac{1}{10}$

(C) $\frac{7}{10}$ (D) $-\frac{10}{7}$

(xiv) दो पासों के एकल उछाल में, 8 का कुल प्राप्त करने की प्रायिकता है : 1

(A) $\frac{1}{36}$ (B) $\frac{5}{36}$

(C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{1}{9}$

In a single throw of two dice, the probability of getting a total of 8 is :

(A) $\frac{1}{36}$ (B) $\frac{5}{36}$

(C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{1}{9}$

(xv) यदि P(A) = 0 तथा P(B) = $\frac{1}{5}$ हो, तो P(B/A) का मान है : 1

(A) $\frac{1}{2}$ (B) परिभाषित नहीं

(C) 0 (D) 1

If P(A) = 0 and P(B) = $\frac{1}{5}$, then P(B/A) is :

(A) $\frac{1}{2}$ (B) Not defined

(C) 0 (D) 1

(xvi) यदि एक न्याय्य सिक्के को 8 बार उछाला गया हो, तो 4 चित प्राप्त करने की प्रायिकता है : 1

(A) $\frac{35}{128}$ (B) $\frac{53}{64}$

(C) $\frac{105}{128}$ (D) इनमें से कोई नहीं

If a fair coin is tossed 8 times, the probability of getting 4 heads is :

(A) $\frac{35}{128}$ (B) $\frac{53}{64}$

(C) $\frac{105}{128}$ (D) None of these

खण्ड – ब

SECTION – B

2. यदि $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \frac{2}{3}$ हो, तो दिखाइए कि $fof\ (x) = x$ है, $x \neq \frac{2}{3}$ के लिए। 2

If $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \frac{2}{3}$, show that $fof\ (x) = x$ for all $x \neq \frac{2}{3}$.

3. दिखाइए कि : 2

$$\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$$

Show that :

$$\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$$

4. प्रारम्भिक रूपांतरण का प्रयोग करके आव्यूह $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। 2

Using elementary transformations, find the inverse of the matrix $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$.

5. सारणिक $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 3 & -5 & 0 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Evaluate the determinant $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 3 & -5 & 0 \end{vmatrix}$.

6. मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{9x^2 - 12x + 8}$ 2

Evaluate : $\int \frac{dx}{9x^2 - 12x + 8}$

7. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए 2

Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$

8. a और b को विलुप्त करते हुए $xy = ae^x + be^{-x}$ के अनुसार अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

Find the differential equation corresponding to $xy = ae^x + be^{-x}$ by eliminating a and b.

9. दिखाइए कि $x + y = \tan^{-1} y$ अवकल समीकरण $y^2 \frac{dy}{dx} + y^2 + 1 = 0$ का हल है। 2

Show that $x + y = \tan^{-1} y$ is a solution of the differential equation $y^2 \frac{dy}{dx} + y^2 + 1 = 0$.

10. $\tan^2 x$ को $\sec^2(x^2)$ के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 2

Differentiate $\tan^2 x$ w.r.t. $\sec^2(x^2)$.

11. एक अनभिनत पासे को दो बार उछाला गया। पहली उछाल पर 4, 5 और 6 का प्राप्त होना तथा दूसरी उछाल पर 1, 2, 3 या 4 के प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

An unbiased die is tossed twice. Find the probability of getting 4, 5 or 6 on the first toss and 1, 2, 3 or 4 on the second toss.

खण्ड – स

SECTION – C

12. सिद्ध कीजिए : $\tan^{-1}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$, $x \in [0,1]$. 4

Prove that : $\tan^{-1}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$, $x \in [0,1]$.

13. यदि $x^y = y^x$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ निकालिये। 4

Find $\frac{dy}{dx}$ if $x^y = y^x$.

14. अन्तराल [0, 2] में फलन $3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$ के निरपेक्ष उच्चतम तथा निरपेक्ष निम्नतम मान ज्ञात कीजिए। 4

Find the absolute maximum and absolute minimum values of the function $3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$ in the interval [0, 2].

15. A और B बारी-बारी से एक सिक्के को उछालते हैं, जब तक कि उनमें से कोई एक चित को प्राप्त करता है और खेल जीत लेता है। उनके जीतने की क्रमशः प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 4

A and B throw a coin alternatively till one of them gets a head and wins the game. Find their respective probabilities of winning.

16. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु जिनकी स्थिति सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ द्वारा प्रदत्त है, एक समकोण त्रिभुज बनाते हैं। 4

Prove that the points whose position vectors are given by $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ form a right-angled triangle.

खण्ड – द

SECTION – D

17. निम्न समीकरणों को आव्यूह-विधि द्वारा हल कीजिए : 6

$$3x + y + 2z = 3,$$
$$2x - 3y - z = -3 \text{ तथा}$$
$$x + 2y + z = 4 .$$

Solve the following system of equations by matrix method :

$$3x + y + 2z = 3,$$
$$2x - 3y - z = -3 \text{ and}$$
$$x + 2y + z = 4 .$$

18. रेखा $y = x + 2$ तथा वक्र $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$ के बीच घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालिए। 6

Find the area enclosed between the straight line $y = x + 2$ and the curve $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$.

अथवा

OR

वक्रों $y = x^2 + 5$ तथा $y = x^3$ और रेखाएँ x = 1 तथा x = 2 के बीच घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area between the curves $y = x^2 + 5$ and $y = x^3$ and the lines x = 1 and x = 2.

19. रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ तथा $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 6

Find the shortest distance between the lines : $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$.

अथवा

OR

समतलों $\vec{r}.(2\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k})=1$ तथा $\vec{r}.(\hat{i}-\hat{j})+4=0$ के प्रतिच्छेदन से गुजरते हुए तथा $\vec{r}.(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})+8=0$ पर लम्बित समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the plane passing through the intersection of planes $\vec{r}.(2\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k})=1$ and $\vec{r}.(\hat{i}-\hat{j})+4=0$ and perpendicular to $\vec{r}.(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})+8=0$.

20. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : 6

व्यवरोधों $-x+3y\le 10$; $x+y\le 6$; $x-y\le 2$ तथा $x, y\ge 0$ के अन्तर्गत $z=x+2y$ का अधिकतमीकरण कीजिए।

Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize $z=x+2y$ subject to the constraints $-x+3y\le 10$; $x+y\le 6$; $x-y\le 2$ and $x, y\ge 0$.