

CLASS : 12th (Sr. Secondary)

Code No. 2031

Series : SS-M/2017

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

SET : B

गणित **GRAPH**

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

ACADEMIC/OPEN

(Only for Fresh Candidates)

(Evening Session)

Time allowed : 3 hours]

[Maximum Marks : 80

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित प्रश्न 20 हैं।
Please make sure that the printed question paper are contains 20 questions.
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिये गये कोड नम्बर तथा सेट को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख्य-पृष्ठ पर लिखें।
The Code No. and Set on the right side of the question paper should be written by the candidate on the front page of the answer-book.
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
Before beginning to answer a question, its Serial Number must be written.
- उत्तर-पुस्तिका के बीच में खाली पन्ना/पन्ने न छोड़ें।
Don't leave blank page/pages in your answer-book.
- उत्तर-पुस्तिका के अतिरिक्त कोई अन्य शीट नहीं मिलेगी। अतः आवश्यकतानुसार ही लिखें और लिखा उत्तर न काटें।
Except answer-book, no extra sheet will be given. Write to the point and do not strike the written answer.
- परीक्षार्थी अपना रोल नं० प्रश्न-पत्र पर अवश्य लिखें।
Candidates must write their Roll Number on the question paper.
- कृपया प्रश्नों का उत्तर देने से पूर्व यह सुनिश्चित कर लें कि प्रश्न-पत्र पूर्ण व सही है, परीक्षा के उपरान्त इस सम्बन्ध में कोई भी दावा स्वीकार नहीं किया जायेगा।

2031/ (Set : B)

P. T. O.

Before answering the question, ensure that you have been supplied the correct and complete question paper, **no claim in this regard, will be entertained after examination.**

सामान्य निर्देश :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 20 प्रश्न हैं, जो कि चार खण्डों : अ, ब, स और द में बाँटे गए हैं :
 खण्ड 'अ' : इस खण्ड में एक प्रश्न है जो बहुविकल्पीय प्रकार के 16 (i-xvi) भागों में है। प्रत्येक भाग 1 अंक का है।
 खण्ड 'ब' : इस खण्ड में 2 से 11 तक कुल दस प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।
 खण्ड 'स' : इस खण्ड में 12 से 16 तक कुल पाँच प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।
 खण्ड 'द' : इस खण्ड में 17 से 20 तक कुल चार प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।
- (ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (iii) खण्ड 'द' के कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं, उनमें से एक ही प्रश्न को चुनना है।
- (iv) दिये गये ग्राफ-पेपर को अपनी उत्तर-पुस्तिका के साथ अवश्य नत्थी करें।
- (v) ग्राफ-पेपर पर अपनी उत्तर-पुस्तिका का क्रमांक अवश्य लिखें।
- (vi) कैल्क्युलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

General Instructions :

- (i) This question paper consists of 20 questions which are divided into four Sections : A, B, C and D :
- Section 'A' :** This Section consists of one question which is divided into 16 (i-xvi) parts of multiple choice type. Each part carry 1 mark.
- Section 'B' :** This Section consists of ten questions from 2 to 11. Each question carries 2 marks.
- Section 'C' :** This Section consists of five questions from 12 to 16. Each question carries 4 marks.
- Section 'D' :** This Section consists of four questions from 17 to 20. Each question carries 6 marks.
- (ii) **All questions are compulsory.**
- (iii) **Section 'D'** contains some questions where internal choice have been provided. Choose one of them.

(iv) You must attach the given graph-paper along with your answer-book.

(v) You **must** write your Answer-book Serial No. on the graph-paper.

(vi) Use of Calculator is not permitted.

खण्ड - अ

SECTION - A

1. (i) मान लीजिए कि $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R \rightarrow R$ है, सही उत्तर का चयन कीजिए : 1

- (A) f बहुएक आच्छादक है
 (B) f एकैकी आच्छादक है
 (C) f न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है
 (D) f एकैकी है, किन्तु आच्छादक नहीं है

Let $f : R \rightarrow R$ be defined as $f(x) = 3x$, choose the correct answer :

- (A) f is many-one onto
 (B) f is one-one onto
 (C) f is neither one-one nor onto
 (D) f is one-one but not onto

- (ii) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2 \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान है : 1

- (A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{3\pi}{4}$ (D) π

$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2 \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ is equal to :

- (A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{3\pi}{4}$ (D) π

- (iii) यदि $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$ हो, तो x और y के मान हैं : 1

- (A) $x = 2, y = -3$ (B) $x = 10, y = 0$
 (C) $x = 3, y = -4$ (D) $x = 5, y = -1$

If $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$, the values of x and y are :

$$(A) \quad x = 2, y = -3 \quad (B) \quad x = 10, y = 0$$

$$(C) \quad x = 3, y = -4 \quad (D) \quad x = 5, y = -1$$

(iv) यदि A कोटि 2 का व्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तो $\det(A^{-1})$ बराबर है : 1

$$(A) \quad 0 \quad (B) \quad \det A$$

$$(C) \quad 1 \quad (D) \quad \frac{1}{\det A}$$

If A is an invertible matrix of order 2, then $\det(A^{-1})$ is equal to :

$$(A) \quad 0 \quad (B) \quad \det A$$

$$(C) \quad 1 \quad (D) \quad \frac{1}{\det A}$$

(v) यदि फलन $f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{यदि } x \leq 2 \\ 3, & \text{यदि } x > 2 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित $x = 2$ पर संतत हो, तो k का मान है : 1

$$(A) \quad \frac{4}{5} \quad (B) \quad \frac{3}{4} \quad (C) \quad \frac{2}{3} \quad (D) \quad 3$$

If the function $f(x)$ defined by $f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{if } x \leq 2 \\ 3, & \text{if } x > 2 \end{cases}$ is continuous at $x = 2$, then the value of k is :

$$(A) \quad \frac{4}{5} \quad (B) \quad \frac{3}{4} \quad (C) \quad \frac{2}{3} \quad (D) \quad 3$$

(vi) वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर, इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष $r = 4$ सेमी पर है : 1

$$(A) \quad 11 \pi \text{ सेमी}^2/\text{से} \quad (B) \quad 10 \pi \text{ सेमी}^2/\text{से}$$

$$(C) \quad 8 \pi \text{ सेमी}^2/\text{से} \quad (D) \quad 12 \pi \text{ सेमी}^2/\text{से}$$

The rate of change of the area of a circle w.r.t. its radius r at $r = 4$ cm is :

$$(A) \quad 11 \pi \text{ cm}^2/\text{sec.} \quad (B) \quad 10 \pi \text{ cm}^2/\text{sec.}$$

$$(C) \quad 8 \pi \text{ cm}^2/\text{sec.} \quad (D) \quad 12 \pi \text{ cm}^2/\text{sec.}$$

(vii) वक्र $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ पर वह बिन्दु, जिस पर स्पर्श रेखा x -अक्ष के समान्तर है : 1

(A) $(-1, \pm 4)$ (B) $(0, \pm 4)$

(C) $(-1, \pm 8)$ (D) $(\pm 3, 0)$

The point on the curve $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ at which the tangent is parallel to x -axis, is :

(A) $(-1, \pm 4)$ (B) $(0, \pm 4)$

(C) $(-1, \pm 8)$ (D) $(\pm 3, 0)$

(viii) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$ का मान है : 1

(A) $\tan^{-1}(x+1) + c$ (B) $(x+1)\tan^{-1} x + c$

(C) $x \tan^{-1}(x+1) + c$ (D) $\tan^{-1} x + c$

$\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$ is equal to :

(A) $\tan^{-1}(x+1) + c$ (B) $(x+1)\tan^{-1} x + c$

(C) $x \tan^{-1}(x+1) + c$ (D) $\tan^{-1} x + c$

(ix) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x^3 + x \cos x + \tan^5 x + 1) dx$ का मान है : 1

(A) π (B) 1

(C) 2 (D) 0

The value of $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x^3 + x \cos x + \tan^5 x + 1) dx$ is :

- (A) π (B) 1
(C) 2 (D) 0

(x) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ का व्यापक हल है : 1

- (A) $e^{-x} + e^{-y} = c$ (B) $e^x + e^{-y} = c$
(C) $e^x + e^y = c$ (D) $e^{-x} + e^y = c$

The general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ is :

- (A) $e^{-x} + e^{-y} = c$ (B) $e^x + e^{-y} = c$
(C) $e^x + e^y = c$ (D) $e^{-x} + e^y = c$

(xi) निम्नलिखित अवकल समीकरणों में से किस समीकरण का व्यापक हल $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$ है : 1

- (A) $\frac{d^2 y}{dx^2} + 1 = 0$ (B) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$
(C) $\frac{d^2 y}{dx^2} - 1 = 0$ (D) $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = 0$

Which of the following differential equation has $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$ as the general solution :

- (A) $\frac{d^2 y}{dx^2} + 1 = 0$ (B) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$
(C) $\frac{d^2 y}{dx^2} - 1 = 0$ (D) $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = 0$

(7)

(xii) सदिश $\hat{i} - \hat{j}$ का सदिश $\hat{i} + \hat{j}$ पर प्रक्षेप है : 1

- (A) $-\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}$
 (C) 0 (D) इनमें से कोई नहीं

The projection of the vector $\hat{i} - \hat{j}$ on the vector $\hat{i} + \hat{j}$ is :

- (A) $-\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}$
 (C) 0 (D) None of these

(xiii) रेखाओं $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+4}{2}$ तथा $\frac{x-5}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{6}$ के युग्म के बीच का कोण है : 1

- (A) $\cos^{-1}\left(\frac{19}{\sqrt{29}}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(\frac{19}{21}\right)$
 (C) $\cos^{-1}\left(\frac{36}{7}\right)$ (D) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{29}}{19}\right)$

The angle between the pair of lines $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+4}{2}$ and $\frac{x-5}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{6}$ is :

- (A) $\cos^{-1}\left(\frac{19}{\sqrt{29}}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(\frac{19}{21}\right)$
 (C) $\cos^{-1}\left(\frac{36}{7}\right)$ (D) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{29}}{19}\right)$

(xiv) ऐसे पासे, जिसके तीन फलकों पर एक, अन्य दो पर 2 और एक फलक पर 5 लिखा गया है, को उछालने पर प्राप्त संख्याओं का माध्य है : 1

- (A) 5 (B) $\frac{8}{3}$
 (C) 1 (D) 2

(8)

2031/ (Set : B)

The mean of the numbers obtained on throwing a die having written one on three faces, 2 on two faces and 5 on one face, is :

(A) 5 (B) $\frac{8}{3}$

(C) 1 (D) 2

(xv) यदि $P(A) = 0$ तथा $P(B) = \frac{1}{3}$ हो, तो $P(B/A)$ का मान है : 1

(A) 1 (B) $\frac{1}{3}$

(C) 0 (D) परिभाषित नहीं

If $P(A) = 0$ and $P(B) = \frac{1}{3}$ then $P(B/A)$ is :

(A) 1 (B) $\frac{1}{3}$

(C) 0 (D) Not defined

(xvi) एक पासे को 6 बार उछाला जाता है। यदि पासे पर 'विषम संख्या प्राप्त होना' एक सफलता है तो 5 सफलताओं की प्रायिकता है : 1

(A) $\frac{3}{32}$ (B) $\frac{23}{5}$

(C) $\frac{32}{5}$ (D) $\frac{15}{32}$

A die is thrown 6 times. If 'getting an odd number' is a success, then the probability of 5 successes is :

(A) $\frac{3}{32}$ (B) $\frac{23}{5}$

(C) $\frac{32}{5}$ (D) $\frac{15}{32}$

2031/ (Set : B)

SECTION - B

2. यदि $f: R^+ \rightarrow [4, \infty)$, $f(x) = x^2 + 4$ द्वारा प्रदत्त फलन है, तो दिखाइए कि f व्युत्क्रमणीय है और f^{-1} निकालिए। 2

Let $f: R^+ \rightarrow [4, \infty)$ is given by $f(x) = x^2 + 4$. Show that f is invertible and find of f^{-1} .

3. सिद्ध कीजिए : 2

$$\sin^{-1} \frac{8}{17} + \sin^{-1} \frac{3}{5} = \tan^{-1} \frac{77}{36}$$

Prove that :

$$\sin^{-1} \frac{8}{17} + \sin^{-1} \frac{3}{5} = \tan^{-1} \frac{77}{36}$$

4. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ के लिए सत्यापित कीजिए कि $A - A'$ विषम सममित आव्यूह है। 2

For the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, verify that $A - A'$ is a skew-symmetric matrix.

5. मान ज्ञात कीजिए : $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 5 & 4 & -9 \end{vmatrix}$ 2

Evaluate : $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 5 & 4 & -9 \end{vmatrix}$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{6-x-x^2}}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Find $\int \frac{dx}{\sqrt{6-x-x^2}}$

7. मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\cos x}$ 2

Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\cos x}$

8. सभी वृत्तों का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जो कि मूल-बिन्दु से गुजरते हों और जिसका केन्द्र y -अक्ष पर हो। 2

Find the differential equation of all circles which passes through the origin and whose centre lies on y -axis.

9. दिखाइए कि $y = e^{-x} + ax + b$ अवकल समीकरण $e^x \frac{d^2y}{dx^2} = 1$ का हल है। 2

Show that $y = e^{-x} + ax + b$ is a solution of the differential equation

$$e^x \frac{d^2y}{dx^2} = 1.$$

10. यदि $x = \cos \theta - \cos 2\theta$ और $y = \sin \theta - \sin 2\theta$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ निकालिये। 2

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x = \cos \theta - \cos 2\theta$ and $y = \sin \theta - \sin 2\theta$.

11. एक पासे को दो बार उछाला गया और प्रकट हुई संख्याओं का योग 6 पाया गया। संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबन्ध प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

A die is thrown twice and the sum of numbers appearing is observed to be 6. What is the conditional probability that the number 4 has appeared at least once ?

खण्ड - स

SECTION - C

12. सिद्ध कीजिए : $\tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$ 4

Prove that : $\tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$.

13. $(\sin x)^x + \sin^{-1}(\sqrt{x})$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 4

Differentiate $(\sin x)^x + \sin^{-1}(\sqrt{x})$ w.r.t. x .

14. अन्तराल $[1, 5]$ में $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ द्वारा प्रदत्त फलन के निरपेक्ष उच्चतम तथा निरपेक्ष निम्नतम मानों को ज्ञात कीजिए। 4

Find the absolute maximum and absolute minimum values of a function f given by $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ on the interval $[1, 5]$.

15. A और B बारी-बारी से एक पासे को उछालते हैं जब तक कि उनमें से कोई एक पासे पर छः प्राप्त कर खेल को जीत नहीं लेता। यदि A खेल को शुरू करे तो उनके जीतने की क्रमशः प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 4

A and B throw a die alternatively till one of them gets a 6 and wins the games. Find their respective probability of winning, if A starts first.

16. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ हो, तो \vec{a} और \vec{b} दोनों पर लम्बित एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए तथा इन दोनों सदिशों के बीच का साइन का कोण भी ज्ञात कीजिए। 4

If $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$, then find a unit vector perpendicular to both \vec{a} and \vec{b} . Also calculate the sine of angle between these two vectors.

खण्ड - द

SECTION - D

17. निम्न रैखिक समीकरणों को आव्यूह विधि द्वारा हल कीजिए : 6

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

(12)

2031/ (Set : B)

Solve the system of linear equations by matrix method :

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

18. वक्र $y = x^2 + 5$ तथा $y = x^3$ और रेखाओं $x = 1$ तथा $x = 2$ के बीच घिरे हुए भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6

Find the area between the curves $y = x^2 + 5$ and $y = x^3$ and the lines $x = 1$ and $x = 2$.

अथवा

OR

वक्र $y = x^2 - 4$ तथा रेखाओं $y = 0$ और $y = 5$ के बीच घिरे हुए भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area bounded by the curve $y = x^2 - 4$ and the lines $y = 0$ and $y = 5$.

19. समतलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) = 5$ तथा $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 3$ के प्रतिच्छेदन तथा बिन्दु $(2, 1, -2)$ से गुजरते हुए समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। 6

Find the equation of the plane through the intersection of the planes $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) = 5$ and $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 3$ and passing through the point $(2, 1, -2)$.

अथवा

OR

समान्तर रेखाओं $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k})$ तथा $\vec{r} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k} + \mu(4\hat{i} + 10\hat{j} + 6\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

2031/ (Set : B)

(13)

2031/ (Set : B)

Find the shortest distance between

the parallel lines :

$$\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}) \text{ and } \vec{r} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k} + \mu(4\hat{i} + 10\hat{j} + 6\hat{k}).$$

20. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफीय हल कीजिए : 6

व्यवरोधों $2x + y \leq 104$; $x + 2y \leq 76$ तथा $x \geq 0, y \geq 0$ के अन्तर्गत $z = 6x + 11y$ का अधिकतमीकरण कीजिए।

Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize $z = 6x + 11y$ subject to the constraints $2x + y \leq 104$;
 $x + 2y \leq 76$ and $x \geq 0, y \geq 0$.

